

Течение вязкой реагирующей жидкости через пористый наполнитель в плоском канале

Flow of viscous reacting fluid through a porous filler in a flat channel

А.В. БАРАНОВ

A.V. BARANOV

Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, г. Москва

National University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow, Russia

alexvbaranov@yahoo.co.uk

Исследуется течение и теплообмен вязкой химически реагирующей жидкости в плоском канале в процессе формирования композитных изделий. Основные допущения при постановке задачи были сделаны на основании высокой вязкости жидкости и ее низкой температуропроводности. В качестве уравнения движения использовалось уравнение Бринкмана. Течение сопровождается протеканием химической реакции, что в результате ведёт к резкому росту вязкости. Поэтому в работе учитывается зависимость вязкости от температуры и степени превращения. Это привело, в свою очередь, к включению в математическую модель кинетического уравнения химической реакции. Уравнение энергии записано на основании однотемпературной модели и включает диссипативные тепловыделения. Используются граничные условия первого рода. Приведены расчеты по распределению числа Нуссельта и трансформации профиля скорости. Задача решена численным методом конечных разностей с использованием итераций.

Ключевые слова: вязкая жидкость, теплообмен, формование

The flow and heat transfer of a viscous chemically reacting liquid in a flat channel during the molding of composite products are studied. The main assumptions in the task definition were made on the basis of the high viscosity of the liquid and its low thermal diffusivity. The Brinkman equation is used as a motion equation. The flow is accompanied by a chemical reaction, resulting in a sharp increase in viscosity. The viscosity is considered to depend on the temperature and the degree of conversion. This, in turn, led to the inclusion of the kinetic equation of a chemical reaction in the mathematical model. The energy equation is denoted using a single-temperature model and includes dissipative heat emissions. The problem is solved for temperature first-order boundary conditions. The calculations are given for the Nusselt number distribution and the velocity profile transformation. The task was solved numerically by the finite difference method using iterations.

Keywords: viscous fluid, heat transfer, molding

DOI: 10.35164/0554-2901-2023-1-2-42-43

В мировой литературе существует достаточное количество работ, посвященных исследованию конвективного теплообмена при течении жидкости в канале, полностью или частично заполненном пористым материалом. Это объясняется широким использованием таких видов течения в различных технологических процессах [1, 2]. Обзор таких работ приведен в [3, 4]. Данный обзор показал, что в литературе практически отсутствуют публикации, которые учитывали бы температурную зависимость вязкости. Очевидно, что почти во всех технологических процессах такая зависимость играет ключевую роль, поэтому изотермические постановки задачи могут рассматриваться как первое и довольно грубое приближение. Кроме того, течение среды может сопровождаться протеканием химической реакции, как, например отверждение полимерного связующего (эпоксидные или полиэфирные смолы). Если процесс течения выходит за пределы индукционного периода, то химические превращения могут привести к резкому росту вязкости. В связи с этим в математическую модель процесса необходимо включить зависимость вязкости не только от температуры, но и от степени превращения.

При постановке задачи сделан ряд общепринятых допущений, подробно описанных [2, 3] и основанных на высокой вязкости среды и низкой температуропроводности. Расчет течения и теплообмена с учетом протекания химической реакции отверждения проводится на основе одного уравнения энергии в предположении локального термического равновесия между жидкостью и пористым материалом. Ввиду высокой вязкости среды в уравнении энергии учтены диссипативные тепловыделения. Рассматриваются граничные условия первого рода, когда температура стенки T_w постоянна. Температура среды на входе однородна по сечению (рис. 1).

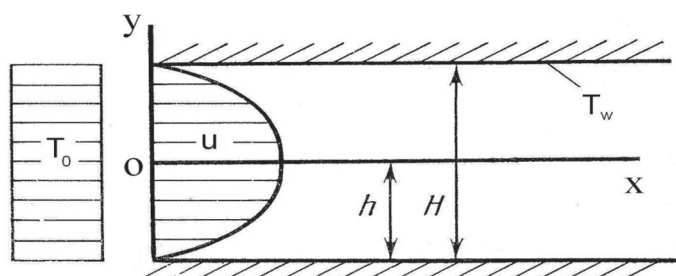


Рис. 1. Схема процесса.

Таким образом, математическая модель представлена следующей системой уравнений:

Уравнение движения как уравнение Бринкмана

$$-\frac{\mu}{k} u + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

где η – эффективная вязкость; k – коэффициент проницаемости; u – скорость фильтрации в осевом направлении; p – давление в канале; x , y – осевая и поперечная координаты соответственно; μ – вязкость жидкости.

Уравнение неразрывности для одномерного течения

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy \quad (2)$$

где $\bar{u}$ – средняя скорость потока; h – полувысота канала.

Уравнение энергии

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \Phi(x, y) \quad (3)$$

где T – температура; λ , ρ , c_p – теплопроводность, плотность и теплоемкость соответственно.

Функция $\Phi(x, y)$ отражает диссипативные тепловыделения и в подобных задачах может иметь разный вид. В данной работе она записана в виде, совместимом с предельным случаем течения свободной жидкости в чистом (без пористого материала) канале:

$$\Phi = \frac{\mu u^2}{k} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (4)$$

Принимается во внимание, что процесс течения может сопровождаться протеканием химической реакции, которая может сильно влиять на реологические свойства жидкости. Поэтому систему (1)–(4) необходимо дополнить кинетическим уравнением химической реакции. Считается, что химическая реакция проходит в одну стадию и может быть описана с помощью одного параметра – степени превращения:

$$u \frac{\partial \beta}{\partial x} = K_0 (1 - \beta)^r e^{-E/RT} \quad (5)$$

где β – безразмерная (относительная) степень превращения; r , E – порядок и энергия активации химической реакции; R – универсальная газовая постоянная; K_0 – константа скорости химической реакции.

Уравнение (5) во многих случаях отражает реальную картину процесса и позволяет отказаться от сложных многопараметрических систем кинетических уравнений. Так, например, известно [5], что уравнение (5) описывает реакцию отверждения фенолоформальдегидных смол с порядком реакции $r = 1,42$ и реакции образования полиуретанов с $r = 2$. Также уравнение (5) использовалось для описания кинетики отверждения эпоксидных смол.

В математическую модель необходимо также включить зависимость вязкости от температуры и степени превращения:

$$\mu(T, \beta) = \mu_0 \exp \left[b_1 (T_0 - T) + \frac{b_2 \beta}{\beta^* - \beta} \right] \quad (6)$$

где β^* – степень превращения, при которой среда теряет текучесть; b_1 , b_2 – эмпирические константы.

Из (6) видно, что с увеличением β вязкость полимерной композиции монотонно возрастает и стремится к бесконечности при $\beta \rightarrow \beta^*$. Таким образом, не существует четкой границы раздела между твердой и текучей фазами.

Гидродинамические и тепловые граничные условия:

$$y = h, u = 0, T = T_w \quad (7)$$

$$y = 0, \partial u / \partial y = 0, \partial T / \partial y = 0 \quad (8)$$

Число Нуссельта, характеризующее локальную теплоотдачу на стенке канала, в размерном и безразмерном виде определяется таким образом:

$$Nu = \frac{\alpha h}{\lambda} = \frac{h}{|T_m - T_w|} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=h}, \quad Nu = \frac{1}{\theta_m} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=1} \quad (9)$$

где T_m – среднemasовая температура, которая в размерном и безразмерном виде находится в следующем виде:

$$T_m = \frac{\int_0^h T v_x dy}{\int_0^h v_x dy}; \quad \theta_m = \frac{\int_0^1 \theta V_x dY}{\int_0^1 V_x dY} \quad (10)$$

где α – коэффициент теплоотдачи на стенке канала;

$$Y = y/h, \quad U = u/\bar{u}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}, \quad X = x/h.$$

Решение задачи проводилось численно методом конечных разностей по итерационной схеме.

В процессе течения реагирующей среды в канале вначале преобладает падение вязкости вследствие разогрева от горячих стенок канала. По мере продвижения по каналу происходит дальнейший прогрев пристеночных слоев жидкости из-за теплоотдачи от стенок и вследствие диссипации, которая имеет максимальное значение именно в этой области. Как результат – именно в этих слоях, прилегающих к стенкам канала, значительное повышение температуры приводит к ускорению химической реакции. Кроме того, пристеночные слои имеют значительно большее время пребывания в канале по сравнению с приосевой зоной. Совокупность этих факторов может привести к преждевременному началу химической реакции отверждения. В свою очередь, рост степени превращения β ведет к заметному росту вязкости и торможению пристеночных слоев жидкости. Скорость потока в приосевой зоне при этом возрастает. В результате профиль скорости заметно трансформируется и имеет точку перегиба (рис. 2). Таким образом, изменение вязкости в области, прилегающей к стенкам канала, носит экстремальный характер.

Анализ результатов расчета, представленных на рис. 3, позволяет выявить влияние различных факторов на распределение локального числа Нуссельта по безразмерной длине канала. Учет диссипативных тепловыделений и наличие химической реакции приводят к снижению числа Нуссельта. Видно, что пренебрежение этими факторами ведет к погрешности, возрастающей по мере увеличения безразмерной длины канала. Что касается температурной зависимости вязкости, то она проявляется сильнее вблизи входа в канал. При этом в расчетах использовались следующие безразмерные переменные:

$$\psi = b_1 (T_0 - T_w), \quad Br = \frac{\mu_w \bar{u}^2}{\lambda (T_0 - T_w)}$$

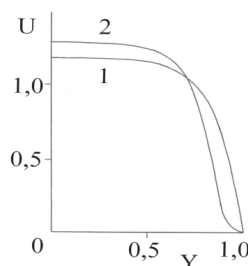


Рис. 2. Трансформация профиля скорости по длине канала.
1. $X = 0$; 2. $X = 20$.

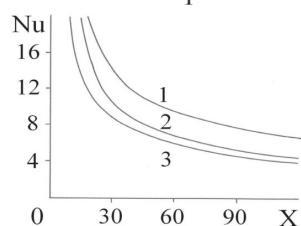


Рис. 3. Распределение числа Нуссельта по длине канала.
1. $Br = 0, \psi = 1, b_2 = 0$; 2. $Br = -1, \psi = 1, b_2 = 1$; 3. $Br = -1, \psi = 0, b_2 = 1$.

Литература

1. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. New York: Springer. 2013. 220 p.
2. Vafai K. Porous Media: Applications in Biological Systems and Biotechnology. Tokyo: CRC Press. 2011. 632 p.
3. Баранов А.В. Неизотермическое диссипативное течение вязкой жидкости в пористом канале // Теплофизика высоких температур, 2017, Т. 55, № 3, С. 433–439.
4. Баранов А.В., Юницкий С.А. Влияние диссипации на теплообмен при течении неньютоновской жидкости в пористом канале // Инженерно-физический журнал, 2017, Т. 90, №4, С. 1052–1058.
5. Малкин А.Я., Куличихин С.Г. Реология в процессах образования и превращения полимеров. – М: Химия, 1985. – 240 с.