Повышение качества пространственной структуры полимерных изделий при производстве в условиях воздействия внешних возмущающих факторов

Improving the quality of the spatial structure of polymeric products when produced under the influence of disturbing external factors

В.А. ТЕПЦОВ V.A. ТЕРТЅОV

РХТУ им. Д.И. Менделеева, г. Москва; МАИ, г. Москва Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia; Moscow Aviation Institute vadim_teptsov@mail.ru

Предложен подход к решению задачи стабилизации сопла аппарата производства полимерных изделий, установленного на роботизированном манипуляторе. Предложен подход построения алгоритма стабилизации относительно заданной программы пространственной печати в виде решения задачи конструирования оптимальных регуляторов. Проведено моделирование процесса стабилизации при одновременном отклонении по координатам и скоростям. Осуществлён анализ влияния значений весовых матриц в выражении для критерия оптимальности на конечную точность стабилизации.

Ключевые слова: системы управления химико-технологическими процессами, система стабилизации, 3D-печать, оптимальное управление

An approach to solving the problem of stabilizing the nozzle of the apparatus for the production of polymer products mounted on a robotic manipulator is proposed. An approach to constructing a stabilization algorithm with respect to a given program of spatial printing in the form of a solution to the problem of designing optimal controllers is proposed. The simulation of the stabilization process with simultaneous deviation in coordinates and velocities is carried out. The influence of the weight matrix values in the expression for the optimality criterion on the final stabilization accuracy is analyzed.

Keywords: control systems of chemical and technological processes, stabilization system, 3D printing, optimal control

DOI: 10.35164/0554-2901-2019-11-12-43-46

Подавляющее большинство современных промышленных технологических линий по производству полимерных материалов обладают высоким уровнем автоматизации ввиду трудоёмкости, вредности процессов, либо повышенных требований к качеству изделий. Обязательным структурным элементом таких систем являются исполнительные механизмы - манипуляторы, осуществляющие сборку, обработку и перемещение изготавливаемых изделий по линии. Кроме того, в связи с миниатюризацией аппаратуры аддитивных технологий, роботизированные манипуляторы всё чаще используются в качестве подвижных платформ с установленными на них выводами печатающих головок для создания масштабных объёмных конструкций. Такая обширная интеграция в различные сферы инженерной деятельности [1] предъявляет новые требования к показателям и принципам систем управления процессом 3D-печати. В частности, актуальной становится задача обеспечения стабильности печатающей головки в рабочей зоне печати, что напрямую влияет на качество объёмной конструкции конечного излепия.

В настоящей статье решается задача нахождения алгоритма стабилизации печатающей головки, установленной на роботизированном манипуляторе, около некоторой заданной программы пространственных перемещений (траектории) для изготовления излелия.

В качестве объекта управления выбран механический манипулятор, работающий в цилиндрической системе координат (рис. 1).

Такой выбор определяет, с одной стороны, более объёмную рабочую зону (рис. 2) при сравнительно малой площади основания [2], а с другой стороны — надёжность конструкции и простоту алгоритмов управления по сравнению, например, с многозвенными манипуляторами с угловой системой координат [3].

Положение конца манипулятора в цилиндрической системе координат описывается двумя линейными координатами и одной угловой (см. рис. 1). Будем считать, что положение головки в рабочей зоне описывается вектором состояния (1):

$$X = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{z} \\ \dot{r} \\ \varphi \\ z \\ z \end{bmatrix}, \tag{1}$$

а траектория задана в виде временной программы положений и скоростей X(t).

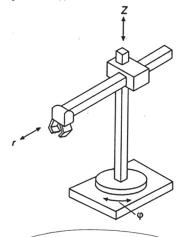


Рис. 1. Манипулятор с цилиндрической системой координат.

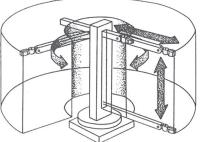


Рис. 2. Рабочая зона манипулятора с цилиндрической системой координат.

Введём обозначения для обобщённых координат

$$q = \begin{bmatrix} \varphi \\ z \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \qquad k = \begin{bmatrix} k_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$
 (2)

Динамика рассматриваемого манипулятора в рабочей зоне описывается матричным уравнением (3) [3].

$$\begin{bmatrix} a_{\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & a_{z} & 0 \\ 0 & 0 & a_{r} \end{bmatrix} \ddot{q} + \begin{bmatrix} b_{\varphi} \\ 0 \\ b_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c_{z} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\varphi} \\ F_{z} \\ F_{r} \end{bmatrix}$$
(3)

Здесь:

$$a_{\varphi} = J_{\varphi} + J_{\varphi}' + (m_r + m)r^2 - m_r lr + m_r \frac{l^2}{2}$$

$$a_z = m_z + m_r + m$$

$$a_r = m_r + m$$

$$b_{\varphi} = 2 \left[(m_r + m)r + m_r \frac{l}{2} \right] \dot{r} \dot{\varphi}$$

$$b_r = 2 \left[m_r \frac{l}{2} - (m_r + m)r \right] \dot{\varphi}^2$$

$$c_z = (m_z + m_r + m)g$$
(4)

 $m_{\rm T}$ — масса горизонтальной стрелы, движущейся по координате г; $m_{\rm Z}$ — масса вертикальной колонны, движущейся по координате z; m — масса рабочего органа с полезным грузом;

l — длина стрелы манипулятора;

 J_{ϕ} – момент инерции массы колонны $m_{\rm Z}$, приведённой к оси $\vec{\phi}$; J_{ϕ}' – момент инерции частей колонны, участвующих только в угловом движении, приведённый к оси ϕ

 M_{ϕ} – управляющий момент, действующий по координате $\vec{\phi}$; F_z , F_r – усилия, прикладываемые управляющими двигателями соответственно по координатам z и r.

С учётом (2) уравнение (3) можно свести к системе (5):

$$\begin{cases} \dot{k_1} = \frac{M_{\varphi} - b_{\varphi}}{a_{\varphi}} \\ \dot{k_2} = \frac{F_z - c_z}{a_z} \\ \dot{k_3} = \frac{F_r - b_r}{a_r} \\ \dot{q_1} = k_1 \\ \dot{q_2} = k_2 \\ \dot{q_3} = k_3 \end{cases}$$
 (5)

А с учётом коэффициентов (4):

$$\begin{cases}
\dot{k_1} = \frac{M_{\varphi} - 2\left[(m_r + m)q_3 + m_r \frac{l}{2} \right] k_3 k_1}{J_{\varphi} + J_{\varphi}' + (m_r + m)q_3^2 - m_r l q_3 + m_r \frac{l^2}{2}} \\
\dot{k_2} = \frac{F_z - (m_z + m_r + m)g}{m_z + m_r + m} \\
\dot{k_3} = \frac{F_r - 2\left[m_r \frac{l}{2} - (m_r + m)q_3 \right] k_1^2}{m_r + m} \\
\dot{q_1} = k_1 \\
\dot{q_2} = k_2 \\
\dot{q_3} = k_3
\end{cases}$$
(6)

Непосредственный анализ системы (6) затруднителен ввиду нелинейности первых трёх уравнений относительно компонент вектора q. Однако, принимая гипотезу о малости реализующихся при эксплуатации отклонений печатающей головки на манипуляторе от заданной траектории в рабочей зоне, можно провести линеаризацию относительно текущего программного состояния.

При линеаризации будем принимать:

$$q_0 + \Delta q = \begin{bmatrix} \varphi_0 + \Delta \varphi \\ z_0 + \Delta z \\ r_0 + \Delta r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{10} + \Delta q_1 \\ q_{20} + \Delta q_2 \\ q_{30} + \Delta q_3 \end{bmatrix}$$
(7)

Здесь q_0 — вектор требуемого положения конца манипулятора в соответствии с программой печати; Δq — вектор реализовавшихся пространственных отклонений от программного положения.

При линеаризации примем равными нулю все члены выше первого порядка малости, а именно произведения вида $\Delta \cdot \Delta$.

С учётом сказанного система уравнений (6) примет вид:

$$\begin{cases} \Delta \dot{k}_{1} = \frac{M_{\varphi}}{J_{\varphi} + J'_{\varphi} + m_{r} \frac{l^{2}}{2} + (m_{r} + m)q_{30}^{2} - m_{r}lq_{30}} + \frac{m_{r}l - 2(m_{r} + m)q_{30}}{[J_{\varphi} + J'_{\varphi} + m_{r} \frac{l^{2}}{2} + (m_{r} + m)q_{30}^{2} - m_{r}lq_{30}]^{2}} \Delta q_{3} \\ \Delta \dot{k}_{2} = \frac{(F_{z} - (m_{z} + m_{r} + m)g)}{m_{z} + m_{r} + m} \\ \Delta \dot{k}_{3} = \frac{F_{r}}{m_{r} + m} \\ \Delta \dot{q}_{1} = \Delta k_{1} \\ \Delta q_{2} = \Delta k_{2} \\ \Delta q_{3} = \Delta k_{3} \end{cases}$$
 (8)

Приведённые выше рассуждения позволяют представить исходные нелинейные уравнения манипулятора (3) в виде линейного матричного уравнения (9).

$$\Delta \dot{X} = A\Delta X + BU \tag{9}$$

Где

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta k_3 \\ \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix} - \text{вектор отклонений от программных значений,}$$

$$\mathbf{B} = egin{pmatrix} rac{1}{J_{arphi} + J_{arphi}^{'} + m_{r} rac{l^{2}}{2} + (m_{r} + m)q_{30}^{2} - m_{r}lq_{30}} & 0 & 0 \\ 0 & rac{1}{m_{z} + m_{r} + m} & 0 \\ 0 & 0 & rac{1}{m_{r} + m} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$U = egin{pmatrix} M_{arphi} \ F_z \ F_r \end{pmatrix}$$
 — вектор управляющих воздействий.

В процессе стабилизации будем требовать, чтобы вектор управления U доставлял минимум интегро-терминальному критерию вида:

$$J = \int U^{T} WUdt + \Delta X(T)^{T} \Lambda \Delta X(T) \to min$$
 (10)

Здесь W, Λ — положительно определенные весовые матрицы, определяющие приоритетность слагаемых при управлении.

Критерий (10) представляет сумму общего управления, затраченного на стабилизацию, и отклонений положений печатающей головки после проведения стабилизирующих коррекций (терминальных состояний) от заданных положений (программных).

Задача управления системой, описываемой уравнением вида (9), с доставлением минимума критерию (10) изучается теорией оптимизации и получила название задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов. Её решение основывается на использовании достаточных условий оптимальности [4] и составлении уравнения Беллмана для линеаризованного уравнения (9) в виде:

$$-\frac{\delta R(\Delta X,t)}{\delta t} = min \left[U^T W U + \frac{\delta R(\Delta X,t)^T}{\delta \Delta X} (A \Delta X + B U) \right]$$
(11)

Здесь $R(\Delta X, t)$ — функция будущих потерь, несущая смысл минимального значения критерия (10), которое может быть достигнуто при оптимальном управлении системой (9) из текущего положения

Граничное условие для функции будущих потерь в момент времени t=T:

$$R(\Delta X, T) = \Delta X(T)^{\mathrm{T}} \Lambda \Delta X(T) \tag{12}$$

Стоит отметить, что момент окончания стабилизации T заранее неизвестен и задаётся пользователем при настройке системы управления.

После проведения операции минимизации можно получить оптимальное управление как зависимость от функции будущих по-

$$\frac{\delta}{\delta U} \left[U^{T}WU + \frac{\delta R(\Delta X, t)^{T}}{\delta \Delta X} (A\Delta X + BU) \right] = 0$$

$$2WU + B^{T} \frac{\delta R(\Delta X, t)}{\delta \Delta X} = 0$$

$$U = -\frac{1}{2} W^{-1} B^{T} \frac{\delta R(\Delta X, t)}{\delta \Delta X}$$
(13)

С учётом (13) уравнение Беллмана (11) примет вид:

$$-\frac{\delta R(\Delta X, t)}{\delta t} = \frac{\delta R(\Delta X, t)^T}{\delta \Delta X} A \Delta X - \frac{\delta R(\Delta X, t)^T}{4\delta \Delta X} B W^{-1} B^T \frac{\delta R(\Delta X, t)}{\delta \Delta X}$$
(14)

Решение уравнения (14) удобно искать в форме (15), где K(t) симметричная матрица, элементы которой зависят от времени, в то время как вектор ΔX принимается фиксированным в определенный момент времени.

$$R(X, t) = \Delta X T K(t) \Delta X$$

$$K(T) = \Lambda$$
(15)

Уравнение (14) с учётом (15):

$$-\Delta X^{\mathsf{T}} \dot{K} \Delta X = 2\Delta X^{\mathsf{T}} K A \Delta X - \Delta X^{\mathsf{T}} K B W^{-1} B^{\mathsf{T}} K \Delta X \tag{16}$$

$$2\Delta X^{\mathsf{T}} KA\Delta X = \mathbf{x}^{\mathsf{T}} KA\Delta X + \Delta X^{\mathsf{T}} A^{\mathsf{T}} K\Delta X \tag{17}$$

После подстановки матричного соотношения (17) в уравнение Беллмана (16) следует, что матрица Λ должна удовлетворять дифференциальному уравнению типа Риккати:

$$-\dot{K} = KA + A^{\mathrm{T}} K - KBW^{-1} B^{\mathrm{T}} K$$
 (18)

Решение этого уравнения находится путём интегрирования при t = T..0 для нахождения K(0). Затем производится совместное интегрирование в прямом времени (t = 0..T) уравнений (18) и (19) с учётом начальных значений отклонений $\Delta X(0)$.

$$\Delta \dot{X}(t) = (A - BL(t))\Delta X(t) \tag{19}$$

Попутно на каждом шаге определяется матрица коэффициентов обратной связи (20) и интересующий вектор оптимального управления (21)

$$L(t) = W^{-1} B^{\mathrm{T}} K(t)$$
 (20)

$$U(t) = -L(t) \Delta X(t) \tag{21}$$

Ниже приведены результаты моделирования процесса стабилизации по предложенному алгоритму со следующими конструктивными характеристиками манипулятора:

 $m_{\rm r} = 10$ кг, $m_{\rm z} = 10$ кг,

 $r_z = 1 \text{ см} - \text{радиус вертикальной колонны,}$

m = 3 KF, l = 0.7 M,

$$J_{\varphi} = 1/2 \ m_z \ r_z^2 = 0,002 \ \text{kg} \cdot \text{m}^2,$$

 $J_{\varphi}' = 1/12 \ (m + m_z)l^2 = 0,53 \ \text{kg} \cdot \text{m}^2.$

Длительность стабилизации принималась равной T = 5 с; вектор начальных отклонений:

$$\Delta X(0) = \begin{bmatrix} 1^{\circ}/c \\ 3 \text{ cm/c} \\ 1 \text{ cm/c} \\ 3^{\circ} \\ 5 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

Горизонтальная стрела манипулятора в начале процесса управления выдвинута на $r_0 = 10$ см.

При весовых матрицах, равных W = I[3x3], $\Lambda = I[6x6]$, где I - единичная матрица, переходные процессы и оптимальное управление имеют вид, показанный на рисунках 3-8.

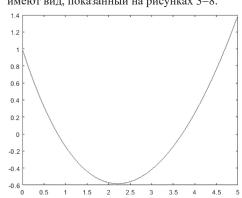
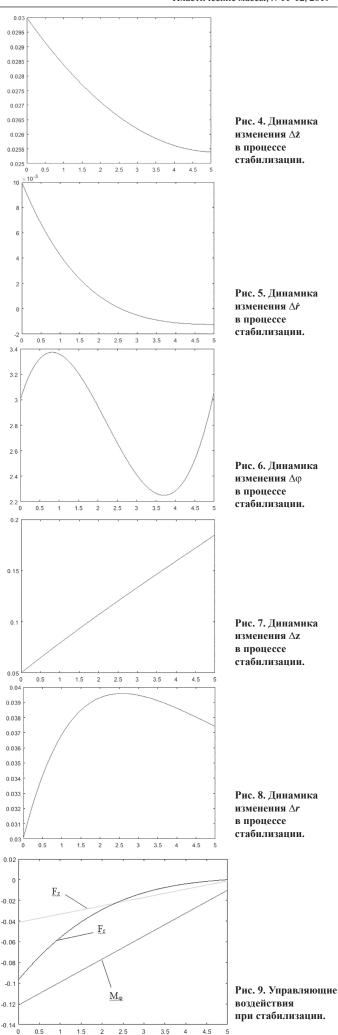


Рис. 3. Динамика **изменения** ∆ф в процессе стабилизации.



Анализ рисунков 3–8 показывает, что при заданных значениях весовых матриц $W = I^{[3x3]}$, $I = I^{[6x6]}$ реализовавшиеся согласно алгоритму управляющие воздействия (рис. 9) не обеспечивают достаточной точности стабилизации по всем переменным состояния.

Однако параметрической оптимизацией весовых матриц, в частности, увеличением веса матрицы точности управления Λ , можно улучшить терминальную точность стабилизации головки. На рисунках 10-15 представлены результаты процесса стабилизации при значениях весовых матриц $W=0,1\cdot I^{[3x3]}, \Lambda=500\cdot I^{[6x6]}$.

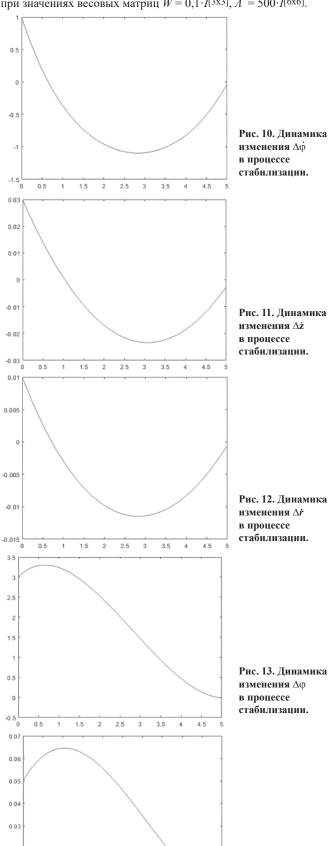
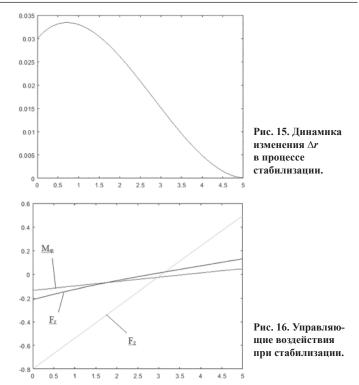


Рис. 14. Динамика изменения ∆z в процессе стабилизации.



Анализ рисунков 10–15 позволяет заявить о повышенной точности по результатам стабилизации, график соответствующих управляющих воздействий представлен на рисунке 16.

Полученные результаты могут быть внедрены в алгоритм управления автоматизированными комплексами производства полимерных изделий в условиях воздействия внешних возмущений различной природы.

Литература

- 1. Стаценко А. 3D принтер будет печатать космические конструкции прямо на орбите. [Электронный ресурс]. 29.09.2013 // URL: www.habr.com/ru/post/195696/ (дата обращения 03.03.2019).
- 2. Банов М.Д., Казаков Ю.В., Козулини М.Г. Сварка и резка материалов: учеб. пособие для нач. проф.образования . 9-е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 2010. 400 с.
- 3. Юревич Е.И. Основы робототехники: учеб. пособие. 3-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2010. 368 с.
- 4. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления: Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
- Робин А., Пименов В. Автоматизированная система управления экструзионной линией. // Современные технологии автоматизации 2004. №4. С.46–51.
- Кузяев И.М., Свидерский В.А., Петухов А.Д. / Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров (в двух частях): Киев: НТУУ «КПИ», Изд-во «Политехника», 2016. – 412 с.

2.5 3 3.5

4.5