

Температурные и остаточные напряжения в изделиях, полученных методами термоформования

Temperature and residual stress in the products, obtained by means of thermoforming

М.А. ШЕРЫШЕВ

M.A. SHERYSHEV

Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия

D. Mendeleyev University of Chemical Technology of Russia

sheryshev@yandex.ru

В изделиях, полученных методом термоформования, рассчитываются температурные напряжения, возникающие при фиксации формы изделия при соприкосновении нагретой заготовки с формирующим инструментом. Кроме этого, определяются и остаточные напряжения в готовых изделиях.

Ключевые слова: термоформование, температурные напряжения, остаточные напряжения, высокоэластическое состояние, нормальные и тангенциальные напряжения.

In the products obtained by thermoforming, the temperature stresses arising when fixing the shape of the product when the heated workpiece touches the forming tool are calculated. In addition, the residual stresses in the finished products are determined.

Keywords: thermoforming, thermal stress, temperature stress, residual stress, rubbery condition, normal and tangential stresses

DOI: 10.35164/0554-2901-2019-9-10-47-48

Задачей данной работы является определение температурных напряжений, возникающих при фиксировании формы изделий в период контакта нагретого до температуры высокоэластического состояния термопласта с оформляющей поверхностью формирующего инструмента. Известно, что эта поверхность в процессе формования должна иметь температуру примерно на 20–40 градусов ниже температуры твердого состояния формируемого материала.

Кроме того, в работе приведена и доказана возможность использования метода Калакуцкого-Давиденкова для определения тангенциальных напряжений в изделиях, полученных методом термоформования, а также изучен характер их распределения в материале изделий.

В процессе определения искомых напряжений принимаются следующие допущения:

- механические свойства материала с достаточной точностью описываются уравнением «стандартного» вязко-упругого тела;
- рассматривается плоское напряженное состояние;
- напряженное состояние принято безмоментным;
- материал изделия принимается несжимаемым;
- гипотеза плоских сечений считается справедливой.

Согласно первому допущению, компоненты тензора девиатора напряжений и деформаций связаны между собой следующим образом

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_X - \sigma_{CP}) + n(\dot{\sigma}_X - \dot{\sigma}_{CP}) &= 2G(\varepsilon_X - \varepsilon_{CP}) + 2Hn(\dot{\varepsilon}_X - \dot{\varepsilon}_{CP}); \\ (\sigma_Y - \sigma_{CP}) + n(\dot{\sigma}_Y - \dot{\sigma}_{CP}) &= 2G(\varepsilon_Y - \varepsilon_{CP}) + 2Hn(\dot{\varepsilon}_Y - \dot{\varepsilon}_{CP}); \\ (\sigma_Z - \sigma_{CP}) + n(\dot{\sigma}_Z - \dot{\sigma}_{CP}) &= 2G(\varepsilon_Z - \varepsilon_{CP}) + 2Hn(\dot{\varepsilon}_Z - \dot{\varepsilon}_{CP}); \\ \sigma_{CP} &= (\sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z)/3; \\ \varepsilon_{CP} &= (\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z)/3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где n – коэффициент релаксации; G и H – соответственно равновесный и мгновенный модули сдвига. Согласно допущению о несжимаемости рассматриваемого материала

$$\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z - 3\alpha\Delta T = 0, \quad (2)$$

откуда

$$\varepsilon_Z = 3\alpha\Delta T - \varepsilon_Y + \varepsilon_X, \quad (3)$$

где α – коэффициент линейного расширения; ΔT – приращение температуры в рассматриваемой точке.

Тогда $\varepsilon_{CP} = 3\alpha\Delta T$.

Согласно второму допущению $\sigma_Z = 0$.

Подставляя значения ε_Z и ε_{CP} в уравнение (1), получим

$$\left. \begin{aligned} (2\sigma_X - \sigma_Y) + n(2\dot{\sigma}_X - \dot{\sigma}_Y) &= 6G(\varepsilon_X + \alpha\Delta T) + 6Hn(\dot{\varepsilon}_X + \alpha\Delta T); \\ (2\sigma_Y - \sigma_X) + n(2\dot{\sigma}_Y - \dot{\sigma}_X) &= 6G(\varepsilon_Y + \alpha\Delta T) + 6Hn(\dot{\varepsilon}_Y + \alpha\Delta T); \\ (\sigma_X + \sigma_Y) + n(\dot{\sigma}_X + \dot{\sigma}_Y) &= 6G(\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \alpha\Delta T) + 6Hn(\dot{\varepsilon}_X + \dot{\varepsilon}_Y + \alpha\Delta T) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Уравнения (4), связывающие искомые значения напряжений, можно решить методом конечных разностей, обозначив индексами t и $t+1$ напряжения, действующие в смежные моменты времени.

$$\left. \begin{aligned} (2\sigma_{Xt} - \sigma_{Yt}) + n \left[2 \left(\frac{\sigma_{Xt+1} - \sigma_{Yt}}{\Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma_{Yt+1} - \sigma_{Xt}}{\Delta t} \right) \right] &= 6G(\varepsilon_X + \alpha\Delta T) + 6Hn \left(\frac{\varepsilon_{Xt+1} - \varepsilon_{Yt}}{\Delta t} \right) + \alpha \frac{\Delta T}{\Delta t}; \\ (2\sigma_{Yt} - \sigma_{Xt}) + n \left[2 \left(\frac{\sigma_{Yt+1} - \sigma_{Xt}}{\Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma_{Xt+1} - \sigma_{Yt}}{\Delta t} \right) \right] &= 6G(\varepsilon_Y + \alpha\Delta T) + 6Hn \left(\frac{\varepsilon_{Yt+1} - \varepsilon_{Xt}}{\Delta t} \right) + \alpha \frac{\Delta T}{\Delta t}; \\ (\sigma_{Xt} - \sigma_{Yt}) + n \left[\left(\frac{\sigma_{Xt+1} - \sigma_{Yt}}{\Delta t} \right) - \left(\frac{\sigma_{Yt+1} - \sigma_{Xt}}{\Delta t} \right) \right] &= 6G(\varepsilon_X + \varepsilon_Y + 2\alpha\Delta T) + \\ + 6Hn \left[\left(\frac{\varepsilon_{Xt+1} - \varepsilon_{Yt}}{\Delta t} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{Yt+1} - \varepsilon_{Xt}}{\Delta t} \right) + 2\alpha \frac{\Delta T}{\Delta t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставив последовательно значения σ_{Xt} и σ_{Yt} из последней части системы уравнений (5) в первое и второе уравнения этой же системы и решив их относительно искомых σ_{Xt+1} и σ_{Yt+1} , получим:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Xt+1} &= \left(1 - \frac{\Delta t}{n} \right) \sigma_{Xt} - 2H \left(1 - \frac{G}{H} \cdot \frac{\Delta t}{n} \right) (2\varepsilon_{Xt} + \varepsilon_{Yt} + 3\alpha\Delta T) + 2H(2\varepsilon_{Xt+1} + \varepsilon_{Yt+1}); \\ \sigma_{Yt+1} &= \left(1 - \frac{\Delta t}{n} \right) \sigma_{Yt} - 2H \left(1 - \frac{G}{H} \cdot \frac{\Delta t}{n} \right) (2\varepsilon_{Yt} + \varepsilon_{Xt} + 3\alpha\Delta T) + 2H(2\varepsilon_{Yt+1} + \varepsilon_{Xt+1}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Полученные уравнения позволяют вычислить величины напряжений в направлении осей X и Y (меридиональные направлены вдоль оси X , а экваториальные – вдоль оси Y). Входящие в уравнение (6) величины мгновенного и равновесного модулей сдвига связаны с соответствующими модулями упругости E и H' следующими соотношениями

$$H = \frac{H'}{2(1+\mu)} \quad \text{и} \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

При $\mu = 0,5$, что следует из условия несжимаемости

$$H = \frac{H'}{3} \quad \text{и} \quad G = \frac{E}{3}$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x,i+1} &= \left(1 - \frac{\Delta r}{n}\right) \sigma_{x,i} - \frac{2}{3} H' \left(1 - \frac{E}{H'} \cdot \frac{\Delta r}{n}\right) (2\varepsilon_{x,i} + \varepsilon_{r,i} + 3\alpha\Delta T) + \frac{2}{3} H' (2\varepsilon_{x,i+1} + \varepsilon_{r,i+1}); \\ \sigma_{r,i+1} &= \left(1 - \frac{\Delta r}{n}\right) \sigma_{r,i} - \frac{2}{3} H' \left(1 - \frac{E}{H'} \cdot \frac{\Delta r}{n}\right) (2\varepsilon_{r,i} + \varepsilon_{x,i} + 3\alpha\Delta T) + \frac{2}{3} H' (2\varepsilon_{r,i+1} + \varepsilon_{x,i+1}); \end{aligned} \right\} (7)$$

Для оценки эксплуатационных свойств изделия (в частности, его формоустойчивости при нормальных и повышенных температурах, а также прочности при ударных воздействиях и короблении) необходимо знать распределение и величину остаточных напряжений в материале изделия.

В процессе формирования в материале возникают высокоэластические деформации. Если отформованное изделие достаточно долго фиксировать в форме при температуре выше точки стеклования, то остаточные напряжения релаксируют. В производстве выдержки изделий при таких условиях обычно не делают, так как это резко снижает производительность формующего оборудования. Недостаток времени, при котором внутренние напряжения в изделии релаксируют, неизбежно приводит к остаточным напряжениям в готовых изделиях, в частности – к тангенциальным [1].

Известно несколько методов определения остаточных тангенциальных напряжений в термоформованных изделиях [2]. Одним из них является метод Калакуцкого-Давиденкова, заключающийся в вырезке колец из осесимметричного изделия (например, полимерной трубы) по его высоте и рассечения их вдоль образующей с последующим вычислением в них остаточных тангенциальных напряжений по формуле [3]

$$\sigma_t = \frac{E\alpha\Delta D}{D} \cdot \frac{\left(\frac{\delta}{2-a} + \frac{\delta^2}{6D}\right)}{\left(\frac{\delta}{2-a} + \frac{D}{2}\right)}, \quad (8)$$

где σ_t – тангенциальные остаточные напряжения; α – поправочный коэффициент; ΔD – изменение диаметра кольца после разрезки его по образующей; D – диаметр кольца, вырезанного из изделия; δ – толщина кольца; a – кратчайшее расстояние от рассматриваемой точки в толще материала изделия до поверхности изделия.

Цель этой части работы состояла в проверке возможности использования метода Калакуцкого-Давиденкова для определения тангенциальных напряжений и оценки характера их распределения в изделиях, изготовленных методом термоформования.

Для испытаний было использовано изделие, отформованное из листа ударопрочного полистирола толщиной $2,5 \cdot 10^{-3}$ м на позитивной форме в виде усеченного конуса высотой 0,15 м, большим диаметром 0,18 м и меньшим – 0,15 м.

Испытания проводились через 24 ч после изготовления изделия. Это изделие разрезалось дисковой фрезой на кольца высотой 0,01 м, после чего каждое кольцо рассекалось вдоль образующей и помещалось в ванну с раствором поваренной соли в воде с плотностью, большей плотности ударопрочного полистирола. Затем измерялся зазор между разрезанными концами кольца. Применение солевого раствора при измерении зазора оказалось необходимым для исключения сил трения кольца по опорной поверхности при его раскрытии, так как плавающее кольцо практически не испытывает никаких сил поверхностного трения, которое в случае с опорной поверхностью из листового полистирола оказалось соизмеримым с силами раскрытия кольца под действием тангенциальных остаточных напряжений.

При обработке результатов эксперимента были использованы следующие вычисления:

$$\Delta D = 3/\pi; D = D_1 + D_2 \quad (9)$$

где 3 – зазор между концами разрезанного кольца; D_1 и D_2 – соответственно больший и меньший диаметры неразрезанного кольца (рис. 1).

Учитывая, что наиболее важны для исследований максимальные остаточные тангенциальные напряжения (на внешней поверхности изделия $a = 0$), а также с учетом того, что $\delta \ll D$, формула для определения относительных остаточных тангенциальных напряжений в конической части изделия по его высоте приобретает следующий вид:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_t}{E\alpha} \text{ или } \bar{\sigma} = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{4\delta}{\pi(D_1 + D_2)^2}$$

Из приведенного рис. 2 видно, что распределение толщин изделия характерно для осесимметричных изделий, отформованных позитивным способом с предварительной механической вытяжкой. На первой стадии формирования – механической вытяжке – наиболее тонким местом деформированной заготовки (рис. 2, кольцевая зона 1) является участок конической поверхности в зоне, предшествующей ее переходу в плоское доннышко. Остальная коническая боковая поверхность изделия имеет тем большую толщину, чем меньше глубина вытяжки, соответствующая данной точке поверхности изделия. При формировании с предварительной механической вытяжкой заготовки зона перехода от боковой части изделия к недеформированной (рис. 2, кольцевая зона 2) подвергается двухосной вытяжке, и здесь образуется вторая зона изделия с пониженной толщиной. Остальные участки заготовки, примыкающие к боковой конической поверхности формы, существенной дополнительной вытяжке не подвергаются.

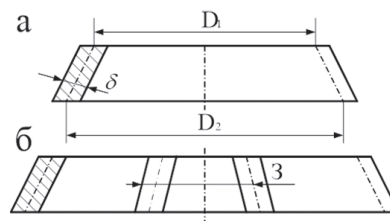


Рис. 1. Схема раскрытия кольца термопласта: а – до разрезания; б – после разрезания.

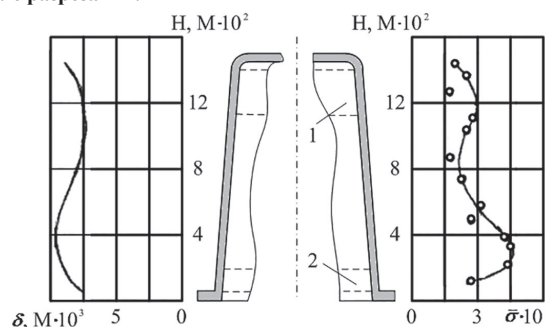


Рис. 2. Распределение относительных остаточных внутренних напряжений σ_t и толщины боковой стенки по высоте изделия H .

На рис. 2 показано, что распределение приведенных остаточных тангенциальных напряжений по высоте осесимметричного изделия имеет два максимума, совпадающие, в свою очередь, с двумя минимумами толщин боковой поверхности изделия, а значит, и с величинами максимальных деформаций в изделии.

Таким образом, данная работа показала, что метод Калакуцкого-Давиденкова вполне пригоден для определения остаточных тангенциальных напряжений в осесимметричных изделиях, полученных методом термоформования.

Полученные результаты работы могут быть использованы для расчета подлинных остаточных тангенциальных напряжений (если известен модуль упругости материала E) в формованных изделиях. По найденным напряжениям, в свою очередь, можно рассчитать величину коробления, а также срок службы изделия в зависимости от условий его эксплуатации (температура, нагрузка).

Использование результатов работы позволит уменьшить остаточные напряжения в материале изделия до минимально возможных. Для этого будет необходимо оптимизировать время пребывания отформованного изделия, зафиксированного на стенках формы, при температурах выше температуры стеклования материала изделия. Кроме того, можно будет подобрать геометрию формующей оснастки, которая позволит получить изделия с минимальной разнотолщинностью.

Литература

1. Бокшицкий М.Н. Длительная прочность полимеров. М.: Химия, 1978, 309 с.
2. Франк К., Рорбах Х. Измерение напряжений и деформаций. М.: Машгиз, 1961, 535 с.
3. Давиденков Н.Н. Механические свойства материалов и методы измерения деформаций. Избранные работы. Т. 2. Киев: Наукова думка, 1981, 651 с.