

При повышении температуры от 298 до 338 К сорбционная активность композитных материалов по отношению к ионам Pt(IV) увеличивается. Наибольшее значение сорбционной емкости (249 мг/г) и коэффициента межфазного распределения (1590 см³/г), обнаруживает композит 4-ВП-ВА-SiO₂ при температуре 338 К (рис. 3).

Выводы

1. Радикальной сополимеризацией в растворе ДМФА синтезированы новые сополимеры ВИМ-ВА, 4-ВП-ВА, представляющие интерес для получения композиционных материалов. Исследованы закономерности радикальной сополимеризации, рассчитаны константы относительной активности сомономеров и параметры микроструктуры сополимеров. Установлено, что гетероциклические мономеры проявляют более высокую реакционную способность, чем их сомомеры.

2. Золь-гель синтезом в щелочной среде с участием тетраэтоксисилана и сополимеров ВИМ-ВА, 4-ВП-ВА получены новые гибридные композиты. Гибридные композиты 4-ВП-ВА-SiO₂, ВИМ-ВА-SiO₂ проявили высокую сорбционную активность в растворах соляной кислоты по отношению к хлорокомплексам Pt(IV). Наибольшее значение сорбционной емкости (249 мг/г) и коэффициента межфазного распределения (1590 см³/г) обнаруживает композит 4-ВП-ВА-SiO₂ в 1 М HCl при 338 К.

Литература

1. Пожидаев Ю.Н., Шаглаева Н.С., Лебедева О.В., Бочкарева С.С., Сафронов А.П., Воронков М.Г. Сополимеры на основе продуктов гидролиза тетраэтоксисилана с поли-N-винилазолами и поливинилпиридинами // Журнал прикладной химии. 2007. Т.80. № 8. С. 1346-1349.
2. Лавров Н.А. Сополимеризация 2-гидроксиэтилметакрилата с N-винил-3(5)метилпиразолом // Журнал прикладной химии. 1993. Т. 66. № 6. С. 1420-1422.
3. Пожидаев Ю.Н., Лебедева О.В., Бочкарева С.С., Шаглаева Н.С., Поздняков А.С. Полимерные электролиты на основе азотистых оснований // Хим. технология. 2010. Т. 11, № 1. С. 20-25.
4. Лебедева О.В., Сипкина Е.И., Пожидаев Ю.Н. Гибридные мембраны на основе диоксида кремния и сополимеров 2-гидроксиэтилметакрилата с 4-винилпиридином // Мембраны и мембранные технологии. 2016. Т. 6. № 2. С. 138-143.
5. Лебедева О.В., Пожидаев Ю.Н., Сипкина Е.И. Синтез и свойства сополимеров на основе N-винилпиразола // Пластические массы. 2013. №8. С. 27-31.
6. Пожидаев Ю.Н., Лебедева О.В., Бочкарева С.С., Шаглаева Н.С., Морозова Л.В., Воронков М.Г. Гибридные нанокompозиты: полихлорметил-, полиметил-, полифенилсилесквioxан-азотистое основание // Журнал прикладной химии. 2008. V. 81. № 10. Р. 1716-1720.
7. Сипкина Е.И. Сорбционные материалы для извлечения платины (IV) из хлоридных растворов // Известия вузов. Прикладная химия и биотехнология. 2015. № 4 (15). С. 7-19.
8. Торопцева А.М., Белгородская К.В., Бондаренко В.М. Лабораторный практикум по химии и технологии высокомолекулярных соединений. Л.: Химия, 1972. 415 с.
9. Лабораторная техника органической химии // Под ред. Кейла Б. М.: Мир, 1966. 248 с.
10. K Kennedy J.P., Kelen T., Tudos F. Analysis of the linear methods for determining copolymerization reactivity ratios // J. Polym. Sci. Polym. Chem. Ed. 1975. V. 13. № 10. P. 2277-2289.

УДК 678

Моделирование реологических процессов в трехслойных плитах с пенополиуретановым наполнителем

А.С. ЧЕПУРЕНКО, А.А. САВЧЕНКО

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Россия
anton_chepurnenk@mail.ru

Рассмотрена задача расчета сэндвич-панелей с пенополиуретановым средним слоем с учетом ползучести материала. Решение свелось к решению дифференциальных уравнений второго порядка. Приведен пример расчета шарнирно опертой по контуру плиты.

Ключевые слова: пенополиуретан, трехслойные плиты с легким наполнителем, нелинейная ползучесть, уравнение Максвелла-Гуревича.

The problem of calculating sandwich panels with a polyurethane foam core is considered taking into account the creep of the material. The solution was reduced to four second-order differential equations. An example of a calculation of a hinged on the contour plate is given.

Keywords: Polyurethane foam, three-layer plates with light filler, nonlinear creep, Maxwell-Gurevich equation.

Введение

Трехслойные конструкции с легким наполнителем широко применяются в таких отраслях, как авиастроение, кораблестроение, строительство и др. При тех же жесткостных и прочностных характеристиках такие конструкции оказываются гораздо легче однослойных.

Наружные слои трехслойных конструкций изготавливаются из материалов с высокими физико-механическими характеристиками (сталь, алюминий, стеклопластики), а в качестве материала среднего слоя может выступать минеральная вата или пенополимеры.

В качестве полимерного наполнителя трехслойных панелей широко применяются пенополиуретаны (ППУ). Их существенным преимуществом является одностадийный процесс получения изделий методом напыления или заливки. Вспенивание и отверждение ППУ происходит без дополнительного подогрева в результате экзотермической реакции синтеза, протекающей при смешении двух, трех или четырех жидких компонентов, при одновременном сцеплении пенопласта с обшивками. ППУ характеризуется хорошей адгезией ко многим материалам, включая алюминий, сталь и некоторые пластики.

Помимо упругих свойств для пенополиуретана, как и для всех полимеров характерна явно выраженная вязкоупругость, поэтому при расчете трехслойных конструкций с полимерными заполнителями на длительные воздействия необходимо привлекать аппарат теории ползучести.

Существует большое количество работ, посвященных расчету с учетом ползучести трехслойных балок, в том числе [1–7]. Что касается пластин и оболочек, в большинстве работ рассматривается расчет только в упругой стадии [8–10]. В статьях [11–12] приводится решение задачи осесимметричного изгиба круглых пластин с нелинейно-упругим заполнителем. При этом учитывается только мгновенная нелинейность. В работе [13] модель трехслойной оболочки с легким заполнителем используется для описания линейной ползучести железобетонной конструкции. Линейная ползучесть трехслойных пластин и оболочек исследуется также в работах автора [14–16]. В настоящей статье будет рассмотрена методика расчета трехслойных пластин, подходящая для произвольных законов ползучести, в том числе и нелинейных.

Вывод разрешающих уравнений

Рассмотрим трехслойную пластину, общая толщина которой равна h , а толщина наружных слоев одинакова и равна t (рис. 1). Для расчета будем использовать техническую теорию трехслойных конструкций, согласно которой несущие слои (обшивки) полностью воспринимают изгибающие моменты, а заполнитель работает только на сдвиг, воспринимая поперечную силу.

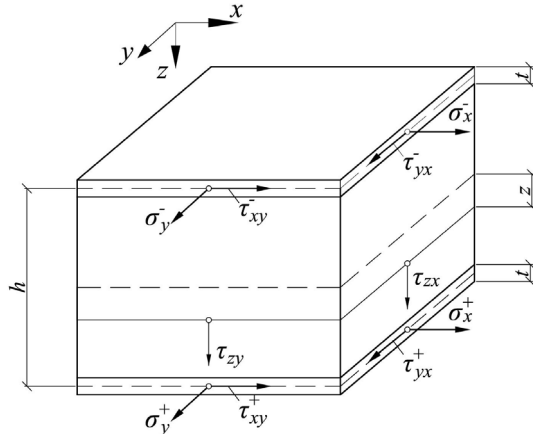


Рис. 1. Элемент трехслойной пластины.

Обозначим за u^-, v^-, w^- – перемещения точек верхней обшивки, u^+, v^+, w^+ – перемещения нижней обшивки. Средний слой полагаем несжимаемым ($w^- = w^+ = w$). Деформации верхнего и нижнего слоя определяются следующим образом:

$$\varepsilon_x^{+(-)} = \frac{\partial u^{+(-)}}{\partial x}; \quad \varepsilon_y^{+(-)} = \frac{\partial v^{+(-)}}{\partial y}; \quad \gamma_{xy}^{+(-)} = \frac{\partial u^{+(-)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{+(-)}}{\partial x}. \quad (1)$$

Для обшивок принимаем, что они работают упруго. Напряжения в них тогда запишутся в виде:

$$\sigma_x^{+(-)} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^{+(-)} + \nu \varepsilon_y^{+(-)}); \quad \sigma_y^{+(-)} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y^{+(-)} + \nu \varepsilon_x^{+(-)}); \quad (2)$$

$$\tau_{xy}^{+(-)} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}^{+(-)}.$$

Для среднего слоя принимаем, что перемещения u^m и v^m по толщине распределяются по линейному закону:

$$u^m = \frac{u^- + u^+}{2} + \frac{u^+ - u^-}{h} z = u + \alpha z; \quad (3)$$

$$v^m = \frac{v^- + v^+}{2} + \frac{v^+ - v^-}{h} z = v + \beta z;$$

где u и v – перемещения срединной плоскости.

Полные деформации сдвига заполнителя найдем, используя соотношения Коши:

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u^m}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \alpha + \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \gamma_{zy} = \frac{\partial v^m}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \beta + \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (4)$$

Касательные напряжения в заполнителе с учетом ползучести запишутся в виде:

$$\tau_{zx} = G(\gamma_{zx} - \gamma_{zx}^*) = G\left(\alpha + \frac{\partial w}{\partial x} - \gamma_{zx}^*\right); \quad (5)$$

$$\tau_{zy} = G(\gamma_{zy} - \gamma_{zy}^*) = G\left(\beta + \frac{\partial w}{\partial y} - \gamma_{zy}^*\right).$$

Внутренние усилия в пластине вычисляются следующим образом:

$$Q_x = \tau_{zx} h = Gh\left(\alpha + \frac{\partial w}{\partial x} - \gamma_{zx}^*\right); \quad Q_y = \tau_{zy} h = Gh\left(\beta + \frac{\partial w}{\partial y} - \gamma_{zy}^*\right);$$

$$M_x = (\sigma_x^+ - \sigma_x^-) \cdot t \cdot \frac{h}{2} = D\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \nu \frac{\partial \beta}{\partial y}\right); \quad (6)$$

$$M_y = (\sigma_y^+ - \sigma_y^-) \cdot t \cdot \frac{h}{2} = D\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \nu \frac{\partial \beta}{\partial y}\right);$$

$$H = (\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-) \cdot t \cdot \frac{h}{2} = \frac{D(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x}\right),$$

где $D = \frac{Eth^2}{2(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость трехслойной пластины.

Уравнения равновесия записываются в виде:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q; \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = Q_x; \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = Q_y, \quad (7)$$

где q – поверхностная нагрузка.

Из (7) можно исключить поперечные силы:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q. \quad (8)$$

Подставив выражения для изгибающих и крутящего момента из (6) в уравнение (8), получим:

$$D \nabla^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) = -q. \quad (9)$$

Выразим величины α и β из формул для поперечных сил в (6):

$$\alpha = \frac{Q_x}{Gh} - \frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{zx}^*; \quad \beta = \frac{Q_y}{Gh} - \frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_{zy}^*. \quad (10)$$

Подставив (10) в (13), получим основное разрешающее уравнение:

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D} - \frac{1}{Gh} \nabla^2 q + \nabla^2 \left(\frac{\partial \gamma_{zx}^*}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zy}^*}{\partial y} \right). \quad (11)$$

Решение уравнения (11) может быть выполнено методом конечных разностей. Данное уравнение позволяет определить только прогиб w , а для вычисления внутренних усилий необходимы также функции α и β . Чтобы получить разрешающие уравнения относительно α и β , подставим выражения для изгибающих и крутящего момента (6) во второе и третье уравнение равновесия в (7):

$$Q_x = D \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} \right); \quad (12)$$

$$Q_y = D \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right).$$

Введем функцию перемещений по формуле:

$$F = \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y}. \quad (13)$$

Тогда равенство (9) переписывается в виде:

$$\nabla^2 F = -\frac{q}{D}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что функция перемещений постоянна во времени. Исключим из первого равенства в (12) функцию β , а из второго равенства – функцию α :

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{D}{2} \left((1-\nu) \nabla^2 \alpha + (1+\nu) \frac{\partial F}{\partial x} \right); \\ Q_y &= \frac{D}{2} \left((1-\nu) \nabla^2 \beta + (1+\nu) \frac{\partial F}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Приравняв (15) к первым двум уравнениям (6), получим разрешающие уравнения для α и β :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \alpha - \frac{2Gh}{D(1-\nu)} \alpha &= \frac{2Gh}{D(1-\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \gamma_{zx}^* \right) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial F}{\partial x}, \\ \nabla^2 \beta - \frac{2Gh}{D(1-\nu)} \beta &= \frac{2Gh}{D(1-\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \gamma_{zy}^* \right) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial F}{\partial y}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, решение выполняется в 3 этапа: сначала определяется функция перемещений F из уравнения (14), затем прогиба w из уравнения (11) и далее функции α и β из уравнений (16).

Вместо дифференциального уравнения четвертого порядка для прогиба можно получить уравнение второго порядка. Для этого продифференцируем первое равенство в (6) по x , а второе по y и сложим их:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = Gh \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \gamma_{zx}^*}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zy}^*}{\partial y} \right). \quad (17)$$

Принимая во внимание первое уравнение равновесия в (7), получим в итоге:

$$\nabla^2 w = -\frac{q}{Gh} - F + \frac{\partial \gamma_{zx}^*}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zy}^*}{\partial y}. \quad (18)$$

Таким образом, задача расчета трехслойной пластинки с учетом ползучести сводится к четырем дифференциальным уравнениям второго порядка. На каждом крае пластины для функций w , F , α , β задается по одному граничному условию. Если пластина шарнирно оперта по контуру, то во всех точках контура $w = 0$. На шарнирных краях при $x = 0$ и $x = a$ (см. рис. 2) положим $\beta = 0$. Тогда автоматически на этих краях обращается в нуль производная $\frac{\partial \beta}{\partial y}$.

Из этого следует, что изгибающий момент M_x будет равен нулю при $x = 0$ и $x = a$, если $\frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0$.

Аналогично для краев $y = 0$ и $y = b$ в случае их шарнирного опирания примем следующие граничные условия:

$$\alpha = 0; \frac{\partial \beta}{\partial y} = 0. \quad (19)$$

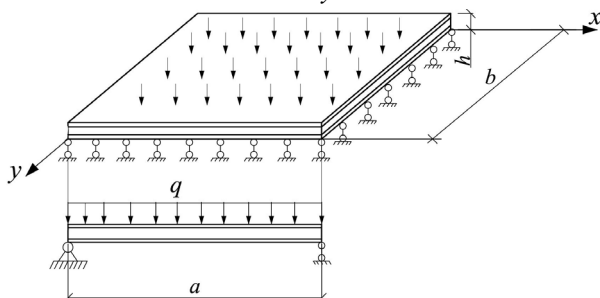


Рис. 2. Расчетная схема.

Поскольку производные $\frac{\partial \alpha}{\partial x}$ и $\frac{\partial \beta}{\partial y}$ на шарнирно опертом контуре обращаются в нуль, то и функция перемещений F на нем равна нулю.

Уравнения (14), (16), (18) решались численно методом конечных разностей. Для определения деформаций ползучести вводилась сетка по времени и использовался метод Эйлера.

Результаты и обсуждение.

Был выполнен расчет трехслойной прямоугольной шарнирно опертой по контуру плиты при следующих исходных данных: $h = 8$ см, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$, $t^B = t^H = 1.5$ мм, размеры плиты $a = b = 3$ м. В качестве закона ползучести использовалось нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича, имеющее в случае объемного напряженного состояния вид:

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^*}{\partial t} = \frac{f_{ij}^*}{\eta^*}, \quad i = x, y, z \quad j = x, y, z \quad (20)$$

где η^* – релаксационная вязкость, f_{ij}^* – функция напряжений

$$f_{ij}^* = \frac{3}{2} (\sigma_{ij} - p \delta_{ij}) - E_\infty \varepsilon_{ij}^*; \quad \frac{1}{\eta^*} = \frac{1}{\eta_0^*} \exp(|f_{\max}^*| / m^*), \quad (21)$$

где $p = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ – среднее напряжение, δ_{ij} – символ Кронекера, η_0^* – начальная релаксационная вязкость, E_∞ – модуль высокоэластичности, m^* – модуль скорости.

Реологические параметры пенополиуретана: $E_\infty = 27.38$ МПа, $m^* = 0.0218$ МПа, $= 1.43 \cdot 10^4$ МПа·ч.

Для сдвиговых деформаций ползучести:

$$\varepsilon_{xz}^* = \frac{1}{2} \gamma_{xz}^*; \quad \varepsilon_{yz}^* = \frac{1}{2} \gamma_{yz}^*.$$

Помимо нелинейного уравнения Максвелла-Гуревича рассматривался его линеаризованный вариант, в котором вязкость η^* не зависит от напряжения ($\eta^* = \eta_0^*$).

На рис. 3 приведены графики роста прогиба в центре плиты при различной величине нагрузки q . Сплошными линиями соответствуют результаты по нелинейной теории, штриховым – с использованием линеаризованного уравнения.

С увеличением нагрузки наблюдается существенная разница в характере кривых ползучести. По нелинейной теории увеличение деформаций и затухание скорости роста прогиба происходит быстрее. В конце процесса ползучести прогибы, полученные с использованием нелинейного и линеаризованного уравнения совпадают.

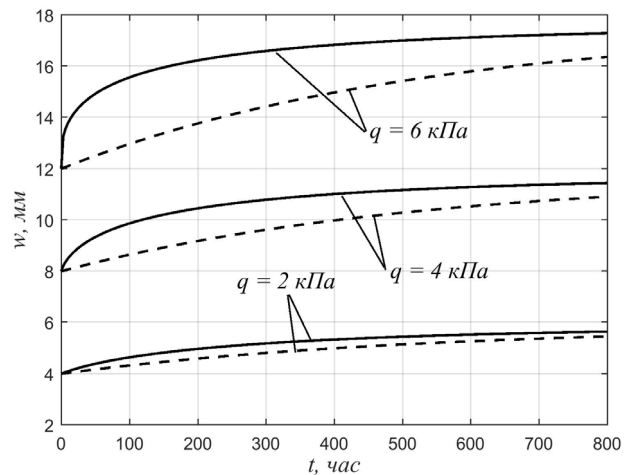


Рис. 3. Графики роста прогиба при различной величине нагрузки

На рис. 4–5 приведены соответственно графики изменения во времени наибольших касательных напряжений в заполнителе и нижней обшивке по нелинейной теории. В заполни-

теле напряжения в начале процесса убывают, а в несущих слоях возрастают. При $t \rightarrow \infty$ происходит возврат к упругому решению. По линейной теории, в отличие от нелинейной напряжения в обшивках и заполнителе во времени постоянны.

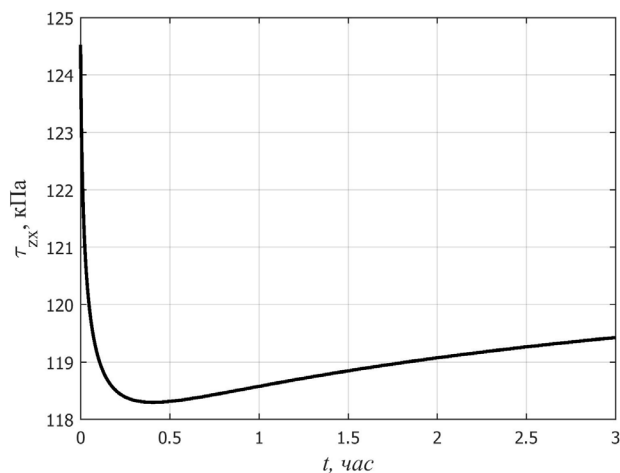


Рис. 4. Изменение во времени касательных напряжений в заполнителе.

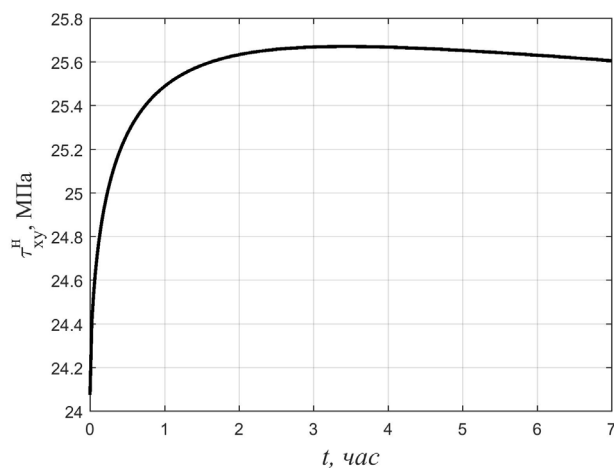


Рис. 5. Изменение во времени касательных напряжений в нижней обшивке.

Литература

1. Garrido M. et al. Creep behaviour of sandwich panels with rigid polyurethane foam core and glass-fibre reinforced polymer faces: Experimental tests and analytical modelling. *Journal of Composite Materials*. 2014. Vol. 48. No. 18. Pp. 2237-2249.
2. Correia J. R. et al. GFRP sandwich panels with PU foam and PP honeycomb cores for civil engineering structural applications: Effects of introducing strengthening ribs. *International journal of structural integrity*. 2012. Vol. 3. No. 2. Pp. 127-147.
3. Li J. et al. Analysis on time-dependent behavior of laminated functionally graded beams with viscoelastic interlayer. *Composite Structures*. 2014. Vol. 107. Pp. 30-35.
4. Du Y., Yan N., Kortschotb M. T. An experimental study of creep behavior of lightweight natural fiber-reinforced polymer composite/honeycomb core sandwich panels. *Composite Structures*. 2013. Vol. 106. Pp. 160-166.
5. Ramenazi M., Hamed E. On the influence of temperature on the creep response of sandwich beams with a viscoelastic soft core. In: *Proceedings of the 6th international composites conference (ACUN-6)*, Melbourne, Australia, 14-16 November 2012
6. Ramezani M., Hamed E. Coupled thermo-mechanical creep behavior of sandwich beams-Modeling and analysis. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 2013. Vol. 42. Pp. 266-279.
7. Hamed E., Frostig Y. Geometrically nonlinear creep behavior of debonded sandwich panels with a compliant core. *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2016. Vol. 18. No. 1. Pp. 65-94.
8. Лукашевич Э.Б., Сергеев С.Н. Система дифференциальных уравнений для сводчатой трехслойной оболочки с легким заполнителем // *Интернет-журнал Науковедение*. 2012. №4 (13). URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/56trgsu412.pdf>
9. Осадчий Н.В., Шепель В.Т. Аналитический и конечно-элементный расчет прямоугольных трехслойных панелей на поперечный изгиб // *Вестник ИрГТУ*. 2014. №10 (93). С.53-59
10. Коган Е.А., Юрченко А.А. О деформировании трехслойной сферической оболочки с сжимаемым заполнителем под действием акустической волны давления // *Известия МГТУ*. 2013. №1 (15). С.61-68
11. Кудин А.В., Чопоров С.В. Компьютерное моделирование изгиба круглой трехслойной пластины с использованием аналитического и численного подходов // *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2014. №1 (30). С.75-81
12. Кудин А.В., Чопоров С.В., Гоменюк С.И. Осесимметричный изгиб круглых и кольцевых трехслойных пластин с нелинейно-упругим заполнителем // *Математическое моделирование*. 2017. Т. 29. № 2. С. 63-78.
13. Безоян Э.К. К вопросу о напряжённом состоянии трёхслойной полой оболочки с учётом ползучести среднего слоя // *Известия национальной академии наук Армении*. 2013. №4. С. 23-28.
14. Андреев В.И., Языев Б.М., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Расчет трехслойной полой оболочки с учетом ползучести среднего слоя // *Вестник МГСУ*. 2015. № 7. С. 17-24.
15. Языев Б.М., Чепурненко А.С., Литвинов С.В., Языев С.Б. Расчёт трёхслойной пластинки методом конечных элементов с учётом ползучести среднего слоя // *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*. 2014. Т. 33. № 2. С. 47-55.
16. Chepurmenko A.S., Mailyan L.R., Jazyev B.M. Calculation of the Three-layer Shell Taking into Account Creep. *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 165. Pp.990 - 994.