

Метод расчета эффективной диэлектрической проницаемости материала с периодически распределенными неоднородностями

Method for calculating the effective dielectric constant of a material with periodically distributed inhomogeneities

Р.А. ПЛАТОНОВ, А.Г. АЛТЫННИКОВ, А.Е. КОМЛЕВ, А.А. ЦЫМБАЛЮК, Д.А. КУДРЯВЦЕВА

R.A. PLATONOV, A.G. ALTYNNIKOV, A.E. KOMLEV, A.A. TSYMBALYUK, D.A. KUDRIAVTSEVA

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Россия

St. Petersburg State Electrotechnical University "LETI" named after V.I. Ulyanov (Lenin), Russia

r.a.platonov@gmail.com

В статье предложен метод расчёта эффективной диэлектрической проницаемости материала с периодически распределёнными неоднородностями. Метод основан на расчете эквивалентной электрической цепи элементарной ячейки материала. Для проведения экспериментальных исследований методом трехмерной DLP печати были изготовлены образцы материала с цилиндрическими воздушными полостями различного диаметра. Сравнение результатов расчета и измерения эффективной диэлектрической проницаемости показало малую расходимость (не более 5%).

Ключевые слова: эффективная диэлектрическая проницаемость, моделирование, эквивалентные цепи, 3D печать, полимер, СВЧ

The article proposes a method for calculating the effective permittivity of a material with periodically distributed inhomogeneities. The method is based on the calculation of the equivalent electrical circuit of a unit cell of the material. To conduct experimental studies using three-dimensional DLP printing, samples of material with cylindrical air cavities of various diameters were manufactured. Comparison of the results of calculation and measurement of the effective dielectric constant showed a small divergence (up to 5%).

Keywords: effective dielectric constant, modeling, equivalent circuits, 3D printing, polymer, microwaves

Исследование выполнено в рамках государственного задания № 075-01438-22-07 от 28 октября 2022 года (FSEE-2022-0019).

The study was carried out within the framework of the state assignment No. 075-01438-22-07 of 28.10.2022 (FSEE-2022-0019).

DOI: 10.35164/0554-2901-2024-06-33-35

Введение

В объеме материалов, применяемых в СВЧ диапазоне, возможно формирование структурных неоднородностей, соразмерных с длиной волны, которые определяют дисперсионные характеристики устройств на основе таких структур. Одним из наиболее типичных примеров являются «фотонные кристаллы» [1, 2] и GRIN-структуры [3, 4], представляющие собой однородный материал с периодически распределёнными воздушными полостями. Изменение размера и периода неоднородностей определяет величину эффективной диэлектрической проницаемости, что находит применение при проектировании различных линзовых и фазосдвигающих устройств [4, 5].

Послойное формирование структур методами трехмерной печати (в частности, FDM и SLA/DLP) позволяет получать образцы с различным распределением неоднородностей, что открывает возможность для управления дисперсионными свойствами [6]. Стоит отметить недавнее появление на рынке фотополимерных смол нового продукта Radix [7] – результата совместной разработки компаний Fortify и Rogers. Как известно, компания Rogers является общепризнанным лидером в производстве СВЧ-ламинатов для печатных плат.

Отличительной особенностью Radix является низкий уровень диэлектрических потерь по сравнению с другими фотополимерными смолами [7–9].

Численное моделирование методом конечных элементов (МКЭ) является наиболее универсальным и точным методом расчета электродинамических структур, однако требует существенной квалификации для разработки программного обеспечения (ПО), реализующего МКЭ, либо использования дорогостоящего лицен-

зированного ПО. В рамках данной работы предлагается относительно простой и быстрый способ расчета эффективной диэлектрической проницаемости (ϵ_{eff}) материала с периодическими неоднородностями. Приводится сравнение данных, полученных на основе предложенного метода, с результатами расчета с помощью МКЭ и экспериментального исследования образцов, изготовленных методом DLP трехмерной печати.

Метод расчета эффективной диэлектрической проницаемости

Как отмечалось ранее, существуют различные методы расчета ϵ_{eff} в зависимости от типа и формы неоднородности, характера её распределения в объеме. В частности, в работе [10] приводится формула для оценки ϵ_{eff} в зависимости от отношения диаметра цилиндрической полости к размеру элементарной ячейки. Однако данные соотношения могут представлять интерес только при разработке структур с целым рядом ограничений, наложенных на форму неоднородности.

Более общие подходы применяются при разработке композитных материалов. В частности, стоит выделить широко известные соотношения на основе моделей Максвелла–Гарнетта [11], Лихтенекера [12] и Джаясундере [13]. Однако применимость данных соотношений ограничена ввиду вариативности сходимости результатов расчета и измерений в зависимости от используемых материалов [14]. Большей универсальностью обладают численные методы, в частности, на основе МКЭ [15, 16], однако их использование может быть сопряжено с трудоемкостью реализации или сложностью получения лицензионной копии ПО.

В данной работе предлагается метод расчета ϵ_{eff} на основе эквивалентной электрической цепи (ЭЭЦ) [17, 18] элементарной ячейки материала с периодической неоднородностью. На рис. 1

представлена модель цилиндрической неоднородности ($\epsilon_{\text{доб}}$) и дискретизация объема элементарной ячейки на элементарные объемы в форме куба со стороной a . Таким образом, каждый элементарный объем содержит либо основной материал ($\epsilon_{\text{мат}}$), либо материал неоднородности ($\epsilon_{\text{доб}}$). Элементарный объем можно представить в виде плоскопараллельного конденсатора ёмкостью $C_{r,c,p}$ – где индексы r, c, p соответствуют порядковому номеру конденсатора. Тогда общая электрическая ёмкость:

$$C_o = \sum_{p=1}^K \sum_{c=1}^M \left(\sum_{r=1}^N \frac{1}{C_{r,c,p}} \right)^{-1} \quad (1)$$

где N, M, K – количество конденсаторов (элементарных объемов) по каждому направлению элементарной ячейки. При этом общую ёмкость и ёмкость каждого конденсатора можно представить в виде:

$$C_o = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} a^2 MK}{aN} = \epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} a \frac{MK}{N}, \quad (2)$$

$$C_{r,c,p} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r,c,p} a^2}{a} = \epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} a, \quad (3)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ_{eff} – эффективная диэлектрическая проницаемость элементарной ячейки, $\epsilon_{r,c,p}$ – диэлектрическая проницаемость каждого элементарного объема. Исходя из этого, ϵ_{eff} может быть рассчитана следующим образом:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{N}{MK} \sum_{p=1}^K \sum_{c=1}^M \left(\sum_{r=1}^N \frac{1}{\epsilon_{r,c,p}} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Так как выражение (4) не содержит геометрических размеров, значение ϵ_{eff} определяется величинами $\epsilon_{\text{мат}}$ и $\epsilon_{\text{доб}}$, а также формой и объемной долей материала неоднородности в элементарной ячейке. Стоит заметить, что выбор обкладок конденсатора на поверхностях элементарного объема зависит от направления напряженности электрического поля. Таким образом, меняя пары взаимно параллельных обкладок, можно рассчитать эффективную диэлектрическую проницаемость по основным направлениям (x, y, z), то есть диагональные элементы тензора диэлектрической проницаемости элементарной ячейки ($\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$).

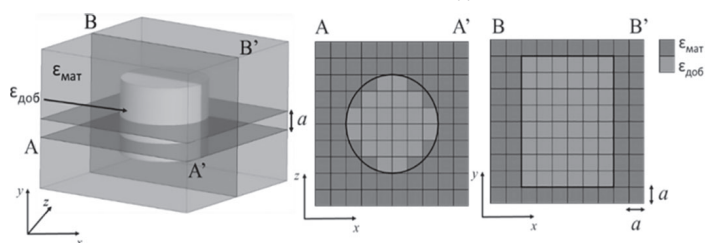


Рис. 1. Модель элементарной ячейки диэлектрического материала с цилиндрической неоднородностью.

Расчет ϵ_{eff} по выражению (4) осуществляли с помощью пакета прикладных программ для технических вычислений Matlab. Время расчета одной элементарной ячейки, представляющей собой трехмерный массив размерностью $140 \times 140 \times 140$ элементов, на компьютере с восьмиядерным процессором – менее 1 секунды. При расчете использовали полноразмерные массивы, таким образом, время расчета может быть значительно снижено при использовании разреженных матриц.

Сравнение результатов

Для изготовления экспериментальных образцов материала использовали фотополимерный 3D принтер Photon Mono X (Anycubic, Китай) с рабочей областью $192 \times 120 \times 245$ мм. Точность позиционирования по осям XY – 50 мкм, по оси Z – 10 мкм. Допустимые толщины основного слоя – от 0,05 до 0,15 мм. Размеры образцов составляли $50 \times 50 \times 1$ мм³. Параметры элементарной ячейки образцов, содержащей периодические воздушные полости, представлены в таблице 1. В качестве материала образцов была выбрана фотополимерная смола Anycubic Basic (Китай). Время засветки основного слоя составляло 9,5 с при толщине 50 мкм. Изготовленные образцы показаны на рис. 2. Образец №0 является сплошным (без воздушных полостей) и предназначен для измерения диэлектрической проницаемости фотополимерного материала.

Таблица 1. Параметры элементарной ячейки изготовленных образцов.

№	Плотность упаковки (количество цилиндров на ячейку), шт	Объем элементарной ячейки, мм ³	Радиус цилиндрической полости, мм	Высота цилиндрической полости, мм	Объемная доля воздуха в элементарной ячейке, %
1	1	$2 \times 2 \times 1$	0,50	0,80	~13
2			0,75		~30
3			0,95		~52

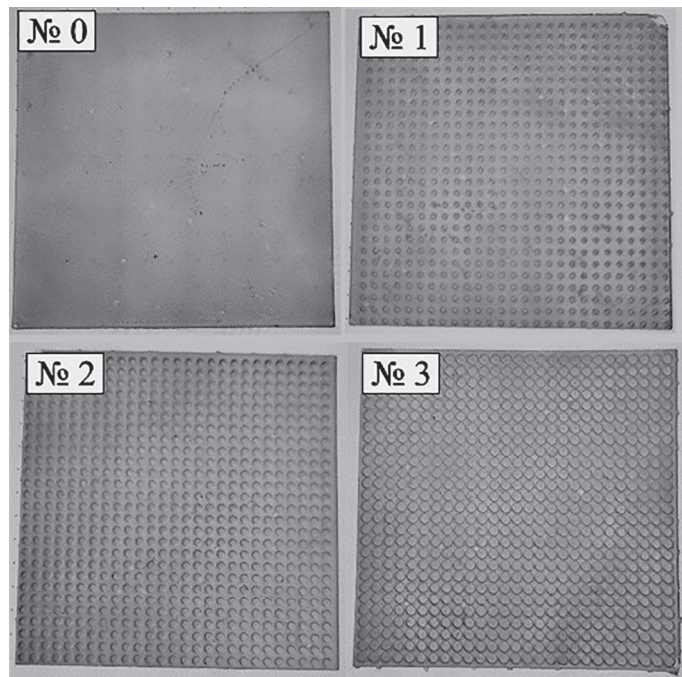


Рис. 2. Фотографии изготовленных образцов с различными параметрами элементарной ячейки (табл. 1).

Измерение диэлектрической проницаемости изготовленных образцов осуществляли с помощью цилиндрического резонатора (split-cylinder резонатор). Метод измерения основан на том, что частотный отклик резонатора меняется в зависимости от диэлектрической проницаемости образца, помещенного внутрь резонатора. Частотный отклик (S-параметры) резонатора измерялся с помощью векторного анализатора цепей (Cyear 3272C, Cyear Technologies, Китай) вблизи 10 ГГц. Более подробное описание метода приведено в [19].

Для сравнения результатов, полученных с помощью ЭЭЦ, аналогичные структуры были рассчитаны также в программном пакете COMSOL Multiphysics, реализующим МКЭ. На рис. 3 приведены результаты моделирования и измерений. Из полученных результатов следует, что расхождение значений диэлектрической проницаемости, рассчитанных с помощью ЭЭЦ и МКЭ, не превышает 2%, в то время как расхождение результатов ЭЭЦ и эксперимента не превышает 5%.

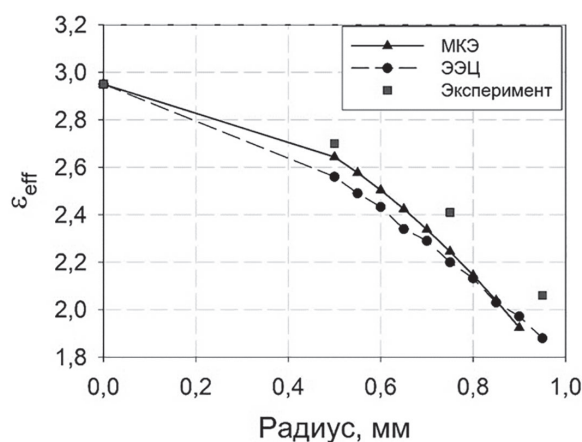


Рис. 3. Сравнение результатов моделирования и измерения диэлектрической проницаемости образцов.

Заключение

Анализ полученных результатов демонстрирует достаточно высокую сходимость между значениями диэлектрической проницаемости, рассчитанными с помощью ЭЭЦ, и результатами измерения образцов (отклонение до 5%). Стоит заметить, что величина расхождения результатов (в том числе и с полученными на основе МКЭ) может быть обусловлена усадкой материала. Наблюдаемое увеличение толщины (в среднем на 0,12 мм от заданного значения) может быть объяснено вторичной засветкой сквозь уже сформированные слои структуры.

Простота реализации расчета и низкие требования к вычислительной мощности, наряду с продемонстрированной высокой сходимостью результатов и отсутствием существенных ограничений на форму неоднородности, позволяют говорить о перспективности предложенного метода расчета эффективной диэлектрической проницаемости на основе ЭЭЦ при разработке и проектировании пористых структур и покрытий, диэлектрических линзовых структур нерезонансного типа, а также композитных диэлектриков.

Литература

1. Wang Y. et al. Microwave-frequency experiment validation of a novel magneto-photonic crystals circulator // *IEEE Photonics Journal*. 2017. V. 10(3). P. 1–6. DOI:10.1109/JPHOT.2017.2783341.
2. Khatami S.A. et al. Photonic crystal 180 ring-shaped hybrid: From microwave to optics // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2021. V. 33(21). P. 1165–1168. DOI:10.1109/LPT.2021.3109633.
3. Li Q.L. et al. Microwave lens using periodic dielectric sheets for antenna-gain enhancement // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2017. V. 65(4). P. 2068–2073. DOI:10.1109/TAP.2017.2670441.
4. Paul S., Akhtar M. J. Novel metasurface lens-based RF sensor structure for SAR microwave imaging of layered media // *IEEE Sensors Journal*. 2021. 21(16). P. 17827–17837. DOI 10.1109/JSEN.2021.3084614.
5. Gauflillet F., Akmansoy E. Graded photonic crystals for Luneburg lens // *IEEE Photonics Journal*. 2016. V. 8(1). P. 1–11. DOI: 10.1109/JPHOT.2016.2521261.
6. Colella R. et al. Customizing 3D-printing for electromagnetics to design enhanced RFID antennas // *IEEE Journal of Radio Frequency Identification*. 2020. V. 4(4). P. 452–460. DOI:10.1109/JRFID.2020.3001043.
7. Rogers Corporation [Electronic resource]: Radix 2.8Dk Printable Dielectric Data Sheet / Rogers Corporation, 2024. URL: <https://www.rogerscorp.com/-/media/project/rogerscorp/documents/advanced-electronics-solutions/english/data-sheets/radix-printable-dielectric-data-sheet.pdf> (circulation date: 30.05.2024).
8. Paoletta A.C. et al. Broadband millimeter wave characterization of 3-D printed materials // 2018. IEEE/MTT-S International Microwave Symposium-IMS. – IEEE. 2018. P. 1565–1568. DOI:10.1109/MWSYM.2018.8439634.
9. Rosker E.S. et al. Printable materials for the realization of high performance RF components: Challenges and opportunities // *International Journal of Antennas and Propagation*. 2018(3):1-19. DOI:10.1155/2018/9359528.
10. Muldavin J. B., Rebeiz G. M. Millimeter-wave tapered-slot antennas on synthesized low permittivity substrates // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1999. V. 47. P. 1276–1280. DOI:10.1109/8.791943.
11. Koledintseva M.Y. et al. Representation of permittivity for multiphase dielectric mixtures in FDTD modeling // 2004 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (IEEE Cat. N 04CH37559). IEEE/ 2004. V. 1. P. 309–314. DOI:10.1109/ISEMC.2004.1350047.
12. K. Lichteneker. Dielectric constant of natural and synthetic mixtures. *Zeitschrift fur Physik*. 1926. P. 115–158.
13. Jayasundere N., Smith B. V. Dielectric constant for binary piezoelectric 0–3 composites // *Journal of applied physics*. 1993. V. 73(5). P. 2462–2466. DOI:10.1063/1.354057.
14. Prasad A., Prasad K. Effective permittivity of random composite media: a comparative study // *Physica B: Condensed Matter*. 2007. V. 396(1–2). P. 132–137. DOI: 10.1016/j.physb.2007.03.025.
15. Sareni B. et al. Complex effective permittivity of a lossy composite material // *Journal of Applied Physics*. 1996. V. 80(8). P. 4560–4565. DOI:10.1109/CEIDP.1996.564661.
16. Sareni B. et al. Effective dielectric constant of periodic composite materials // *Journal of Applied Physics*. 1996. V. 80(3). P. 1688–1696. <https://doi.org/10.1063/1.362969>.
17. Koledintseva M.Y. et al. Prediction of effective permittivity of diphasic dielectrics as a function of frequency // *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 2009. V. 16(3). P. 793–808. DOI:10.1109/TDEI.2009.5128520.
18. Cheng Y. et al. Study on the dielectric property of composite materials based on electric network // *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*. 2010. V. 33(1–2). P. 439–445. DOI:10.3233/JAE-2010-1143.
19. Gagarin A. et al. An Adaptation of the Split-Cylinder Resonator Method for Measuring the Microwave Properties of Thin Ferroelectric Films in a «Thin Film-Substrate» Structure // *Sensors*. 2024. V. 24(3). P. 755. DOI:10.3390/s24030755.